

METODA GRAFICĂ PE ÎNȚELESUL TUTUROR

Clasele III-IV

Editura NOMINA

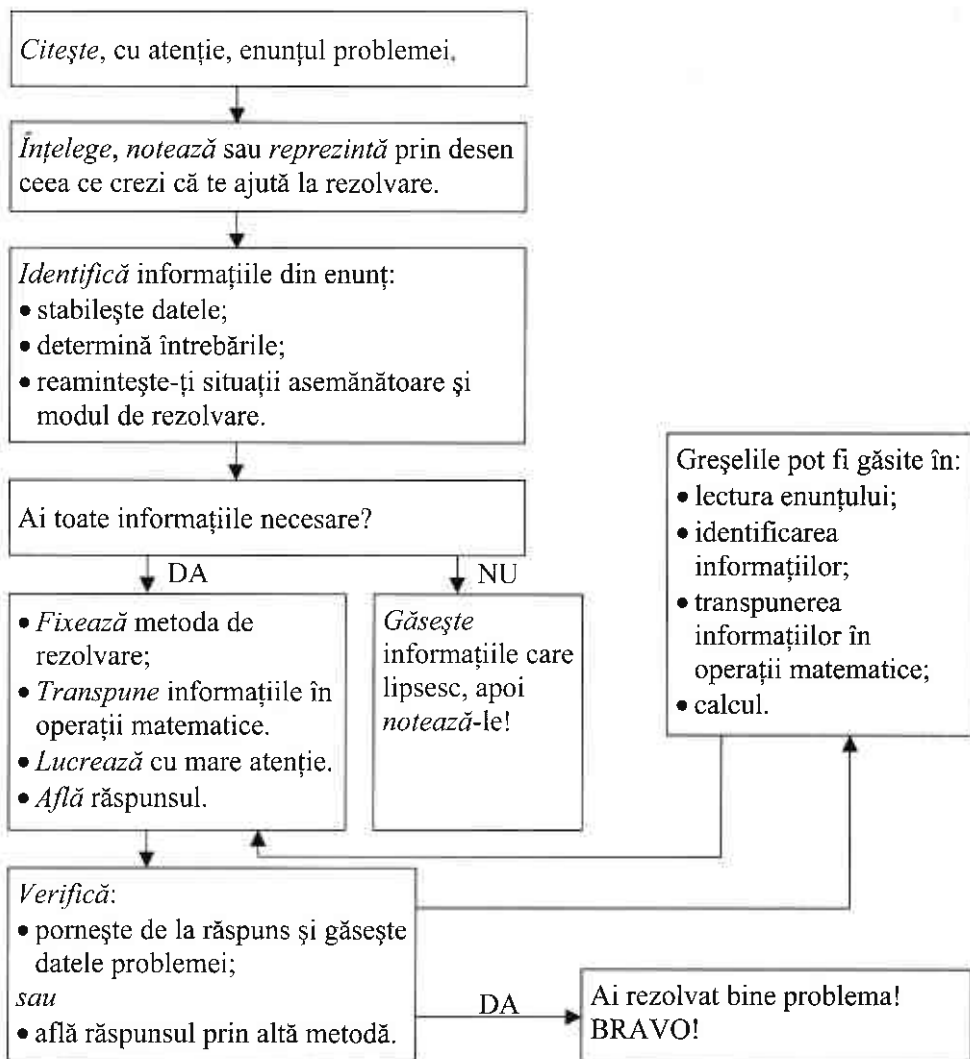
CUPRINS

Cuvânt-înainte	5
Cum gândim și rezolvăm probleme.....	6
Metode pentru rezolvarea problemelor.....	7
Enunțuri.....	12
Teste	12
Probleme propuse pentru pregătirea concursurilor de matematică la clasa a IV-a ..	62
Probleme date la concursurile de matematică	65
Probleme „curioase” de... demult.....	69
Rezolvări	71
Metode pentru rezolvarea problemelor	71
Teste	77
Probleme propuse pentru pregătirea concursurilor de matematică la clasa a IV-a	150
Probleme date la concursurile de matematică	161
Probleme „curioase” de... demult.....	171
Bibliografie selectivă.....	175

CUM GÂNDIM ȘI REZOLVĂM PROBLEME

În matematică, problema reprezintă transpunerea unei situații practice în limbaj matematic, transpunere folosită cu scopul de a afla una sau mai multe necunoscute.

Urmărește schema de rezolvare a unei probleme, apoi încearcă să o folosești de fiecare dată!



METODE PENTRU REZOLVAREA PROBLEMELOR

1. Metoda rezolvării directe

În această metodă, rezultatul care ni se cere se poate obține printr-o singură operație aritmetică aplicată datelor problemei: adunare, scădere, înmulțire, împărțire.

2. Metoda rezultatelor intermediare

Rezultatul definitiv îl obținem trecând prin unul sau mai multe rezultate intermediare.

3. Metoda reducerii la unitate

Metoda constă în a reduce compararea mărimilor care intervin într-o problemă, prin raportarea lor la o unitate de măsură și a se continua calculele pe baza acelei comparații cu mărimi unitare.

4. Metoda aducerii la același termen de comparație

Uneori, în loc de a face compararea mărimilor care intră într-o problemă, pe baza unităților de măsură corespondente, găsim mai preferabil să le comparăm pe baza unor anumite numere de unități care se prezintă mai ușor și mai natural în tratarea problemei.

5. Metoda ipotezelor

În această metodă, se atribuie rezultatelor valori arbitrare și se verifică dacă acestea convin problemei. Profităm apoi de nepotrivirile găsite pentru a trage unele concluzii în scopul de a afla rezultatul adevărat, cel pe care îl căutăm.

6. Metoda retrogradă

În această metodă, se întrebuințează datele problemei în ordine inversă decât se prezintă acestea în șirul natural al faptelor sau în enunțul problemei.

7. Metoda figurativă

Pentru a ușura judecata și a fixa mai bine și în mod vizibil raționamentele, se reprezintă datele și mai ales rezultatele necunoscute prin linii sau alte figuri reprezentative, cărora li se fac modificările succesive cerute prin enunțul problemei și din care se deduce modul de a rezolva problema sau chiar rezultatul căutat.

Pentru aplicarea metodei, nu este nevoie să se deseneze figuri exacte cu rigla sau compasul, ori la o anumită scară, ci figuri pur reprezentative, cu mâna liberă.

Această metodă este veche și foarte utilă pentru începători, conducând la rezolvarea, prin raționamente, a problemelor de aritmetică. Metoda este un fel de punte de trecere la soluțiile algebrice, căci de fapt figurile sunt o „îmage” a literelor cu care reprezentăm cantitățile cunoscute și necunoscute în algebră.

În privința modului de aplicare a metodelor, se poate realiza o clasificare a lor:

- aflarea a două numere când se cunoaște suma și diferența lor;
- aflarea a două numere când se cunoaște suma (sau diferența) lor și de câte ori este mai mare (sau mai mic) unul față de celălalt;
- probleme diverse (care se pot rezolva, în general, prin metoda grafică).

◆ Aflarea a două numere când se cunosc suma și diferența lor

Exemplu:

Suma a două numere este 94, iar diferența lor este 14.

Aflați numerele.

Rezolvare:

Metoda I. Reprezentăm numerele prin două segmente, ca în figura 1a.

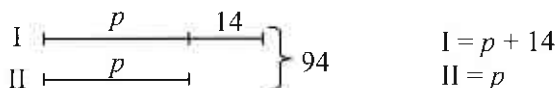


Figura 1a

Suma numerelor va fi: $p + 14 + p = 94$

$$2p + 14 = 94$$

$$94 - 14 = 80.$$

Al doilea număr este: $80 : 2 = 40$,

iar primul număr este: $40 + 14 = 54$

sau: $94 - 40 = 54$.

Metoda a II-a. Folosim figura 1b.

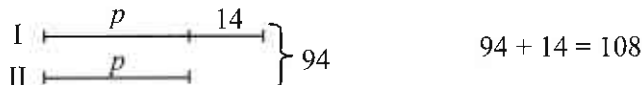


Figura 1b

Primul număr este: $108 : 2 = 54$,

iar al doilea număr este: $54 - 14 = 40$

sau: $94 - 54 = 40$.

Verificare: $54 + 40 = 94$

$$54 - 40 = 14.$$

Metoda a III-a. Notăm: suma numerelor – S ,
diferența numerelor – D ,
numărul mare – N ,
numărul mic – n .

Ne folosim de următoarele formule:

$$N = (S + D) : 2 \quad \text{și} \quad n = (S - D) : 2$$

Obținem: $N = (94 + 14) : 2$, $N = 108 : 2$, $N = 54$;

$$n = (94 - 14) : 2, \quad n = 80 : 2, \quad n = 40.$$



Probleme propuse

1. Dacă $a + b = 236$ și $a - b = 36$, aflați cele două numere.

2. Dacă $a + b = 93$ și a este mai mare decât b cu 23, aflați cele două numere.

3. Dacă $a + b = 85$ și b este mai mic decât a cu 27, aflați cele două numere.

4. Lungimea și lățimea unei grădini însumate au 200 m.

Aflați lățimea și lungimea grădinii, știind că lungimea este cu 40 m mai mare decât lățimea.

5. Suma numărului de cărți din două corpuri de bibliotecă este 236, iar diferența lor este 48.

Aflați numărul cărților din fiecare corp de bibliotecă.

◆ **Aflarea a două numere când se cunoaște suma (sau diferența) lor și de câte ori este mai mare (sau mai mic) unul față de celălalt**

Exemple:

1. Un număr este mai mare decât altul de 3 ori, iar suma lor este 924.

Aflați numerele.

Rezolvare:

Dacă reprezentăm al doilea număr printr-un segment, atunci primul număr trebuie reprezentat printr-un segment de 3 ori mai mare (figura 2). Deci, în total, cele două numere sunt reprezentate de două segmente care însumează patru părți egale, o parte reprezentând chiar al doilea număr, iar cele trei părți, primul număr.

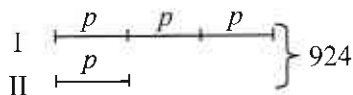


Figura 2

$$I = 3p$$

$$II = p$$

$$\text{Suma: } 3p + p = 924, \quad 4p = 924,$$

$$924 : 4 = 231 \text{ (al doilea număr),}$$

231 · 3 = 693 (primul număr)
sau 924 - 231 = 693 (primul număr).

Verificare: $693 + 231 = 924$,
 $693 : 3 \text{ (ori)} = 231 \text{ (al doilea număr)}.$

2. Un număr este de 4 ori mai mic decât altul, iar diferența lor este 396.
Aflați cele două numere.

Rezolvare:

Dacă reprezentăm primul număr printr-un segment, atunci al doilea număr trebuie reprezentat printr-un segment de 4 ori mai mare (figura 3).

Deci: 4 părți - 1 parte = 3 părți, care reprezintă diferența numerelor.

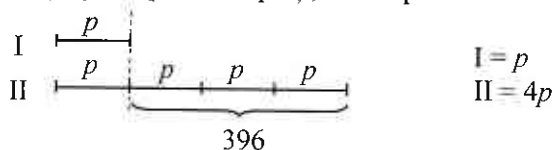


Figura 3

Diferența: $4p - p = 396$, $3p = 396$,
 $396 : 3 = 132$ (o parte - primul număr),
 $132 \cdot 4 = 528$ (patru părți - al doilea număr).

Verificare: $528 - 132 = 396$,
 $528 : 4 \text{ (ori)} = 132 \text{ (primul număr)}.$



Probleme propuse

1. Dacă $a - b = 536$ și a este de 5 ori mai mare decât b , aflați cele două numere.
2. Dacă $b - a = 624$ și a este de 5 ori mai mic decât b , aflați cele două numere.
3. Dacă $a - b = 534$ și a este mai mare decât b de 7 ori, aflați cele două numere.
4. Un număr este de 11 ori mai mare decât altul.
Aflați cele două numere, știind că suma lor este:
a) 1 200; b) 156; c) 192; d) 1 320.
5. Vârsta tatălui este de 5 ori mai mare decât cea a fiului.
Știind că cei doi au împreună 60 de ani, să se afle vârsta fiecăruia.

◆ Probleme diverse (care se pot rezolva în general prin metoda grafică)

Exemplu:

Tata, mama și copilul au împreună 82 de ani. Tatăl este cu 2 ani mai în vârstă decât mama și cu 30 de ani mai mare decât copilul.

Câți ani are mama? Dar copilul?

Rezolvare:

Reprezentăm grafic datele problemei în figura 4.

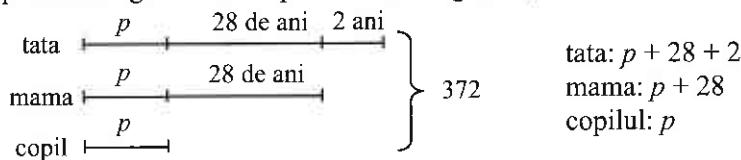


Figura 4

Suma: $p + 28 + 2 + p + 28 + p = 82$, $3p + 28 + 2 + 28 = 82$.

Diferența: $82 - (28 + 2 + 28) = 24$ de ani reprezintă suma celor trei părți.

Obținem: $24 : 3 = 8$ ani (vârsta copilului);

$8 + 28 = 36$ de ani (vârsta mamei);

$8 + 28 + 2 = 38$ de ani (vârsta tatălui).



Probleme propuse

1. Suma a 3 numere consecutive este 372.
Care sunt numerele?
2. Suma a 5 numere consecutive este 515.
Care sunt numerele?
3. Să se afle 3 numere astfel încât suma lor să fie 960, primul să fie de 4 ori mai mare decât al doilea, iar al treilea cât diferența dintre primul și al doilea.